

Masa: ¿trabajo constante del espacio-tiempo?

Llorenç Balsach

30 de abril, 2005

(haciendo $c=1$) A partir de las definiciones de longitud y tiempo de Planck se deduce una correspondencia entre masa y tiempo igual a $m = @t$, donde @ es una constante que tiene dimensiones de fuerza. La similitud de esta ecuación con la ecuación $l = ct$ nos permite extrapolar un posible significado físico de esta correspondencia: la energía de la luz es vibración de espacio-tiempo con una fuerza constante y máxima para todos los observadores. Se propone una posible ecuación de la amplitud de curvatura de vibración del espacio en función de la frecuencia y las constantes G , h i c .

1 Sistema de unidades SL

La velocidad de la luz, una velocidad constante universal, independiente de cualquier observador, determina que el espacio y el tiempo estén fuertemente imbricados ya que a cualquier longitud o distancia le podemos hacer corresponder un tiempo y viceversa. Únicamente hay que aplicar la velocidad constante c de la luz para encontrar, para cualquier observador, una correspondencia entre estas dos dimensiones

$$l = ct \quad (1)$$

donde l es la longitud que recorre un rayo de luz en el vacío en el tiempo t o, si se quiere, t es el tiempo que tarda la luz en recorrer una longitud l . Esta sencilla ecuación (1) nos dice, entre otras cosas, que en un universo donde hay luz –y definidas como tenemos las unidades de espacio y tiempo–, no puede existir un espacio sin tiempo ni un tiempo sin espacio ya que $c > 0$.¹

La velocidad de la luz c , en nuestro sistema internacional de unidades (SI), sistema pensado con unidades “humanas” (metro, segundo, kilogramo) tiene el valor de 299 792 458 m/s. Curiosamente, estas unidades (longitud y tiempo), están definidas actualmente respecto las características de un determinado rayo de luz (la radiación de unos átomos de cesio-133 en unas determinadas condiciones). La longitud y el tiempo son dimensiones definidas, pues, por la misma luz.²

¹Como que $c > 0$, si $l = 0 \Rightarrow t = 0$, y si $t = 0 \Rightarrow l = 0$

²En 1967, se definió el segundo como el período de tiempo correspondiente a 9 192 631 770 ciclos de una cierta radiación emitida por átomos de cesio-133. Es decir, si queremos medir un segundo hemos de contar 9 192 631 770 ciclos de esta radiación.

Las distancias o longitudes son dimensiones espaciales pero también las podemos pensar y operar como temporales. Por ejemplo, si miramos por la ventana y vemos un objeto a $50/c$ segundos-luz (50 metros) podemos pensar que realmente la imagen que vemos en nuestra retina es la imagen del objeto $50/c$ segundos en dirección al pasado.³

Son conceptos equivalentes. Una dimensión longitud la podemos pensar como dimensión tiempo y viceversa.

Esto es consecuencia de que tanto el tiempo como la longitud están definidas a partir de la luz: un tiempo está definido como un determinado número de ciclos de una radiación y la longitud también, la dimensión fundamental de tiempo y longitud es el ciclo: un número de ciclos nos da un tiempo (pensándolo como tiempo: período) y un número de ciclos nos da una longitud (pensándolo como longitud: longitud de onda). Por ejemplo, consideremos la radiación del átomo de cesio que se usa para definir el segundo: si cogemos 9 192 631 770 ciclos tendremos 1 segundo, pero pensando este número de ciclos (9 192 631 770) como longitud nos da 299 792 458 metros.⁴ Es decir 1 segundo es equivalente a 299 792 458 metros (a las dos cantidades les corresponde 9 192 631 770 ciclos)

A un ciclo de esta radiación le corresponden $1.08782776 \times 10^{-10}$ segundos o bien 0.0326129084 metros. La longitud y el tiempo se definen, pues, como un determinado número de ciclos de esta o cualquier otra radiación y de alguna manera podemos decir que tienen la misma dimensión física. En el Anexo 1 desarrollamos un poco más este concepto dimensional.

Una realidad física del universo (la “velocidad” constante de la luz en el vacío) nos permite definir un sistema de unidades de longitud y tiempo –a su vez estas unidades nos permiten definir el concepto velocidad–; definidos el espacio y el tiempo de esta manera se deduce recíprocamente –más por definición que por deducción– que la velocidad de la luz es constante (asumiendo que cualquier radiación nos sería igual de útil, como la del cesio, para definir unidades de longitud y tiempo).

Si nunca tuviéramos algún contacto con seres de otro mundo y hubiéramos de hablar de física con ellos, está claro que sería más sencilla la comunicación entre las dos inteligencias si se unificara el valor numérico de las dimensiones longitud y tiempo y el valor de c se hiciera igual a 1. Esto se puede hacer cambiando el sistema de unidades propias (cualquiera de las dos inteligencias podría volver a sus propias unidades cuando quisiera).

Este cambio de unidades para dar $l = t$ y el valor $c = 1$ se puede hacer de muchas maneras, pero empezaremos por la más simple para nosotros: adoptando como unidad de longitud el segundo-luz (sl).

A este sistema de unidades lo llamaremos sistema de unidades SL. A nivel gráfico diferenciaremos las dimensiones y magnitudes que cambien de valor en

³No es que lo podamos pensar, es que realmente vemos el objeto tal como era $50/c$ segundos antes, no compartimos el “presente absoluto” con ningún objeto, ni siquiera con nuestro propio cuerpo.

⁴La Conferencia General de Pesos y Medidas del año 1983 definió el metro como la distancia que recorre la luz en el vacío en un segundo. Es decir, el “segmento” de 9 192 631 770 ciclos de la radiación citada

este sistema poniendo una prima (') al lado del símbolo de la magnitud.

Como que en un segundo la luz recorre 299 792 458 metros, $1 \text{ sl} = 299792458 \text{ m}$.

Las unidades de tiempo y masa siguen siendo las mismas ($1 \text{ s}' = 1 \text{ s}$, $1 \text{ Kg}' = 1 \text{ Kg}$).

La constante de gravitación G se convierte, por ejemplo, en $G' = 2.47661795 \times 10^{-36} \text{ s/Kg}$.⁵

La constante de acción de Planck h se convierte en $h' = 7.37249493 \times 10^{-51} \text{ Kg-s}$.⁵

En el sistema SL la velocidad de la luz es $c' = 1 \text{ sl/s}$ (la luz recorre un segundo-luz cada segundo y en general t segundos-luz cada t segundos).⁶

La ecuación (1) se convierte en

$$l' = t \quad (2)$$

$$\text{y, por ejemplo, } E = mc^2 \text{ se convierte en } E' = m \quad (3)$$

Algunas de las relaciones entre las dimensiones y constantes del sistema internacional de unidades SI (sin prima) y del sistema SL (con prima) son las siguientes: (4)

- $l' = l/c$ (longitud)
- $t' = t$ (tiempo) [$f' = f$ (frecuencia)]
- $m' = m$ (masa)
- $v' = v/c$ (velocidad)
- $a' = a/c$ (aceleración)
- $F' = F/c$ (fuerza)
- $E' = E/c^2$ (energía)
- $p' = p/c$ (momento)
- $E' = E/c^2$ (campo eléctrico)
- $G' = G/c^3$ (constante universal de gravitación)⁷
- $h' = h/c^2$ (constante de Planck)⁷

⁵Veremos a lo largo de este artículo que a estas constantes les podemos aplicar estas dimensiones de tiempo y masa

⁶Si definiéramos la longitud y el tiempo como ciclos de ondas sonoras también podríamos escoger un sistema de unidades tal que el sonido recorriera t segundos-sonido cada t segundos; el problema sería que estas unidades variarían para cada observador móvil, cosa que no pasa con la luz.

⁷ G' se puede deducir de varias maneras, por ejemplo sustituyendo $r' = r/c$ en la fórmula del radio de Schwarzschild y h' se deduce fácilmente de $E = h\nu$

2 El espacio-tiempo-masa-energía

Una vez situados en el sistema SL veremos que llegamos fácilmente a una curiosa correspondencia ente espacio, tiempo y masa:

En SL la longitud, tiempo y masa de Planck toman los siguientes valores:

$$l'_p = t_p = \sqrt{\hbar' G'}$$

$$m_p = \sqrt{\hbar' / G'}$$

de donde se deduce fácilmente que

$$t_p / m_p = G'$$

(la constante de Planck desaparece!)

es decir,

$$l'_p = t_p = G' m_p$$

Esta igualdad define una relación entre las unidades de Planck; ahora bien, como que estamos hablando únicamente de una correspondencia (con un significado físico por determinar) y como que podemos multiplicar cada lado de la ecuación por un mismo número cualquiera sin que se modifique la igualdad (cualquier longitud i cualquier tiempo lo podemos desglosar como $l' = x l'_p$ o $t = x t_p$) podemos generalizar esta correspondencia como:

$$l' = t = G' m \quad (5)$$

y, añadiendo (3)

$$l' = t = G' m = G' E' \quad (6)$$

Hasta aquí tenemos únicamente una correspondencia entre longitud, tiempo, masa y energía. Pero, ¿qué significado físico pueden tener estas igualdades?

Otra relación entre espacio y masa la encontramos en la fórmula del radio de Schwarzschild, que en SL toma la forma, muy parecida a (5):

$$r' = 2G' m \quad (7)$$

y en relatividad general encontramos la relación entre la curvatura del espacio producida por un sistema masa-energía, mediante el tensor métrico G y el tensor energía-momento T

$$G_{\alpha\beta} = 8\pi G T_{\alpha\beta} \quad (8)$$

El paralelismo de las ecuaciones (5) y (6) con las ecuaciones (7) y (8) nos hacen sospechar de un posible significado físico de (5) y (6): la afectación del espacio debido a una masa m o una energía E .

Ahora bien, la ecuación (5) la podemos ver también desde otro punto de vista:

si definimos $@' = 1/G'$

obtenemos

$$m = @' t \quad (9) \quad \text{o} \quad E' = @' t$$

que toma la forma de la conocida ecuación (1) de la que hemos hablado al principio pero con m en vez de l y con otra constante:

$$l = ct \quad (1)$$

$$m = @'t \quad (9)$$

Podríamos especular extrapolando las propiedades físicas de la ecuación (1) a las nuevas dimensiones de la (9):

Vemos que @' tiene dimensiones de fuerza (MT^{-1}) (ver Anexo 1). Podríamos decir, extrapolando el significado de la constante c en la ecuación (1), que hay en el universo una fuerza constante @' que es la misma para todos los observadores y es la máxima fuerza posible que se puede producir en el universo.

Pasemos @' a unidades SI

$$F'_{max} = @' = 1/G'$$

sustituyendo las relaciones entre SL y SI apuntadas en (4):

$$F_{max}/c = \frac{1}{G/c^3}$$

$$@ = F_{max} = c^4/G$$

Es decir, nos da como fuerza máxima –igual para todos los observadores– la fuerza de Planck c^4/G .

@' es la fuerza de Planck en unidades SL ($@' = @/c$). La relación (9) entre m y t se convierte en SI:

$$m = @'t = \frac{@}{c}t = \frac{c^3}{G}t \quad (9b)$$

Nuestra propuesta, como veremos en la siguiente sección, es que esta fuerza máxima no solo se manifestaría en los agujeros negros –como podría parecer por el parecido de (5) con la fórmula del radio de Schwarzschild (7)– sino que es la forma habitual con que la fuerza producida por la energía original de cualquier fuente luminosa modifica el espacio-tiempo, haciéndolo vibrar, produciendo ondas de “espacio-tiempo” (algo parecido a ondas gravitatorias) que transportan la información de las ondas electromagnéticas originales.

Las ecuaciones (1), (6) y (9) nos vienen a decir, además, que la materia-energía no está inserta independientemente dentro de un espacio-tiempo, sino que el espacio-tiempo se manifiesta (para cualquier observador) a través de la materia-energía. Es decir, ampliando lo que hemos dicho al principio del artículo respecto la ecuación $l = ct$, no puede existir un espacio-tiempo sin materia-energía y viceversa.⁸ La materia-energía es una manifestación del espacio-tiempo a través de @' ($E' = m = @'t = @'l'$).

⁸Según esto no tiene sentido preguntarnos que había antes del *big-bang*, porque tampoco había tiempo ni espacio. O también podríamos decir que el universo siempre ha existido porque, aplicando (6), el tiempo que pasa sin haber materia-energía es igual a cero.

3 Las ondas electromagnéticas como ondas de espacio-tiempo

Consideremos una onda electromagnética plana monocromática (desde el punto de vista de una onda armónica en un eje x):

$$y_E(x, t) = E_0 \text{sen}(kx - wt)$$

en SL se puede poner de la forma:

$$y'_E(x', t) = E'_0 \text{sen}2\pi f(x' - t)$$

donde f es la frecuencia de la onda y E'_0 la amplitud (valor máximo del módulo del campo eléctrico cuando se produce la onda).

La energía E'_E asociada al frente de esta onda E es:

$$E'_E = k_0 E_0'^2 \quad (10)$$

donde k_0 es una constante que depende de la permisividad ϵ_0 del vacío por unidad de volumen.

La amplitud E'_0 de esta onda (campo eléctrico⁹) va degenerando a medida que se desplaza largas distancias y por lo tanto, teóricamente, también tendría que reducirse su energía (hecho que sabemos que no se da).

Otra visión de la energía de la onda electromagnética, bien distinta, es proporcional a la energía que tienen sus fotones (hf). La energía de un frente de onda con n fotones será igual a:

$$E'_P = nh'f \quad (11)$$

Esta energía, como que solo depende de la frecuencia, se mantiene constante hasta que no interacciona con otro campo eléctrico.

Nuestra hipótesis es que, con la emisión de una onda electromagnética E, se forma simultáneamente “otra” onda P, con la misma frecuencia, puramente de vibración de espacio. La amplitud de esta onda es la contracción máxima del espacio, que llamaremos L'_0 . A medida que se va desplazando la onda en el espacio-tiempo, E'_0 (el campo eléctrico) va degenerando y reduciéndose mientras que L'_0 se mantiene siempre constante a través de los años-luz. Esta onda P no es propiamente una onda de vibración del campo electromagnético sino una onda que lleva la “información” de la onda electromagnética. Cuando esta onda “espacial” se acerca a otro campo electromagnético la “antigua onda electromagnética renace”, y aparecen las vibraciones de campo desde la onda P, y actúa como tal.

La energía expresada en (11) sería la energía de esta onda P.

Como hemos dicho, nuestro postulado es que la energía vibratoria de la onda electromagnética produce (a través de la fuerza máxima constante @, igual para todos los observadores) una vibración del espacio, que se relacionan a través de la ecuación (6):¹⁰

⁹I el equivalente campo magnético perpendicular

¹⁰De hecho no es que la energía produzca una vibración de espacio, sino que la propia

$$L'_0 = G' E'_P \quad (12)$$

y, por lo tanto, con (11):

$$L'_0 = G' n h' f \quad (13)$$

para un fotón (n=1):

$$L'_{ph} = G' h' f \quad (14)$$

que pasándolo a unidades SI –sustituyendo las relaciones apuntadas en (4)– toma la forma (para 1 fotón):

$$L_{ph} = \frac{G h f}{c^4} \quad (15)$$

L_{ph} es, si nuestras suposiciones son correctas, la amplitud de curvatura de vibración o la amplitud de los ciclos de compresión-expansión espacial correspondiente a un fotón de la onda electromagnética. La modificación del espacio no puede ser continua sino que ha de ir a intervalos de L_{ph} metros. No es que un fotón produzca la curvatura vibratoria del espacio, es que la misma curvatura periódica de amplitud L_{ph} con frecuencia f es el fotón. Para un frente de onda con n fotones la amplitud de curvatura (o suma de curvaturas) es nL_{ph} metros.

Fijémonos que la ecuación (15) se puede poner de la forma:

$$W_{ph} = \frac{c^4}{G} L_{ph} = @L_{ph} = h f \quad (16)$$

Es decir, la energía del fotón es igual al trabajo que realiza la fuerza de Planck, fuerza constante para cualquier observador y máxima del universo, en curvar o comprimir el espacio nL_{ph} metros, f veces por segundo.

vibración de espacio es la energía

4 Anexo1: Las dimensiones longitud y tiempo como ciclos de la luz

Como hemos dicho al principio del artículo las dimensiones longitud y tiempo las podemos considerar como dimensiones diferentes o bien, si las pensamos como ciclos de radiación, podríamos unificar su dimensión (el ciclo). ¿Cuales serían las consecuencias o interpretaciones físicas de pensar las dimensiones de longitud y tiempo únicamente como ciclos de la luz? En este caso dimensiones del tipo LT^{-1} o TL^{-1} serán adimensionales y las expresaremos con el símbolo %.

Este, de hecho, no es el objetivo de este artículo, por esto lo hemos incluido como un anexo, pero sí que será interesante pensar como se trasladaría esta nueva posibilidad dimensional a las diferentes magnitudes físicas, colocados ya en el sistema SL:

Velocidad (LT^{-1})(%) ($v' = v/c$): el módulo de v' toma el valor de 0 a 1 para cualquier observador, es simplemente un porcentaje respecto la velocidad de la luz. Por ejemplo $v' = 0.012$ representa una velocidad 1.2% de la luz ($v = 0.012c$). Podemos seguir pensando la velocidad como distancia por tiempo (LT^{-1}) o bien, según la equivalencia longitud tiempo comentada anteriormente, simplemente como un coeficiente o un porcentaje de una constante c ($LT^{-1} = TT^{-1} = \%$). El concepto velocidad tiene sentido en física respecto un observador o respecto un sistema de referencia. Pero en el universo cada punto imaginario inercial podría ser (“a la vez”) un sistema de referencia!, la velocidad es una magnitud física propia de los observadores individuales, y más concretamente, de los seres vivos de nuestro planeta. Por ejemplo, imaginémosnos que aquella inteligencia de la que hemos hablado al inicio del artículo y con quién hemos de hablar de física, fuera una enorme criatura con millones de antenas de millones de kilómetros de longitud cada una, que se mueven aleatoriamente (sin que la criatura lo pueda controlar) con diferentes “velocidades” entre 0 i 1 y que se comunican con un tipo de fibra óptica con su cerebro; para esta criatura difícilmente le podríamos hacer entender qué significa el concepto velocidad de un objeto ya que cada antena le daría aleatoriamente un valor diferente y, estadísticamente, no habría ningún valor que predominara sobre los otros. Solo conoce una “velocidad”, la de la luz, igual a 1.

Aceleración (LT^{-2})(% T^{-1})($a' = a/c$): esta magnitud la podemos pensar como variación de la velocidad en el tiempo, pero también como variación de la velocidad en una longitud (de hecho esta segunda definición es incluso más intuitiva si pensamos en móviles que aceleran) o como variación de un porcentaje (respecto c) en un incremento de tiempo o longitud. Podemos considerar la aceleración con dimensiones usuales LT^{-2} o, usando la equivalencia longitud tiempo, dimensiones (% v) L^{-1} o (% v) T^{-1} (% $v = \Delta\%$). La aceleración es invariante Galileo (la medida de la aceleración, sin contar efectos relativistas, es aproximadamente la misma para cualquier observador en un sistema inercial a

no ser que éste se mueva a velocidades muy altas)¹¹, estos observadores coinciden en medir el tiempo que dura la aceleración pero no los valores absolutos de las velocidades –aunque que sí su incremento–. Para un mismo incremento de velocidad lo que define la aceleración es el tiempo que dura o la longitud que recorre.

Volviendo al ejemplo de la criatura con antenas, sin considerar efectos relativistas, como que esta criatura puede contar los ciclos de la luz sin problemas, cada antena estaría de acuerdo con el tiempo que dura la aceleración de un objeto, aunque para él sería absurdo hablar de los valores iniciales y finales de la “velocidad” del objeto. Pero como que el incremento sí que sería el mismo para todas las antenas, la criatura sí que tendría el concepto de una mayor o menor aceleración. Para un mismo incremento de velocidad lo que define la aceleración es el tiempo que dura (o la longitud que recorre).

Fuerza (MLT^{-2})($\%MT^{-1}$)($F' = F/c$): esta magnitud es la “fuerza” que hemos de aplicar a una masa m para que adquiera una aceleración a . Tiene dimensiones de $m * a$, es decir MLT^{-2} , pero repitiendo lo dicho en la magnitud aceleración, la fuerza también la podemos considerar con dimensiones $(\%v)ML^{-1}$ o $(\%v)MT^{-1}$. Es decir, dada una masa m , para un mismo incremento de velocidad, lo que define la fuerza es el tiempo que dura la aceleración o la distancia que recorre. Por ejemplo, pensando en $(\%v)MT^{-1}$, sin tener en cuenta efectos relativistas, si colocamos adecuadamente el observador o observadores en sistemas inerciales de manera que entre dos puntos a y b siempre se midan las mismas velocidades $v(a)$ y $v(b)$; lo que define la fuerza aplicada (entre a y b), para estos observadores, es el tiempo que tarda la masa en pasar de a a b . Un tiempo pequeño indica una fuerza grande y un tiempo grande indica una fuerza pequeña. Si el tiempo tiende a infinito, la fuerza tiende a cero (no hay fuerza para desplazar la masa). En SL podríamos escribir $F = \%v m/t$ (donde $\%v$ es un número entre 0 y 1, diferencia de velocidades (% respecto c) que aprecia cada observador). Se podría objetar que, si fuera verdad que cuando t tiende a infinito F tiende a cero, luego no podría existir la fuerza de la gravedad ya que ésta actúa indefinidamente, es decir t tiende a infinito. Ahora bien, según la interpretación covariante de la relatividad general, un objeto en un campo gravitatorio sigue una línea recta en el espacio curvo (geodésica) porque ninguna fuerza actúa sobre ella.

Energía (ML^2T^{-2})($\%^2M$)($E' = E/c^2$)

Momento (MLT^{-1})($\%M$)($p' = p/c$)

Con esta nueva visión dimensional, tanto la energía como el momento tienen dimensión de masa, todas tres magnitudes (masa, momento, energía) cumplen el principio de conservación, no se crean ni se destruyen, se transforman.

Constantes:

Sin entrar a fondo, un primer vistazo nos daría los siguientes resultados:

¹¹Solo depende del valor de $\gamma' = \frac{1}{\sqrt{1-v'^2}}$ (en SL) ($\gamma' = \gamma$), en ecuaciones según la relatividad especial dependiendo de la dirección relativa de movimiento.

Constante de gravitación G ($M^{-1}L^3T^{-2}$)($\%^3M^{-1}T$)($G' = G/c^3$): Con esta nueva visión $1/G'$ tiene dimensiones de fuerza ($\%MT^{-1}$).

Constante de Planck h (ML^2T^{-1})($\%^2MT$)($h' = h/c^2$): es decir h' tiene dimensiones de masa por tiempo o masa por longitud. El producto $h' * G'$ tendría dimensiones de longitud por tiempo ($\%^5T^2 = \%^5L^2 = \%^5TL$) y el cociente h'/G' dimensiones de masa al cuadrado ($\%^{-1}M^2$)

Constante de Boltzmann k (ML^3T^{-2})($\%^2MTQ$)($k' = k/c^3$): k' tiene dimensiones de h' por carga eléctrica.

(ADDENDUM 16 MAYO, 2005):

Si consideramos como dimensión de longitud y tiempo ciclos de la luz, podríamos agrupar estas dimensiones con el símbolo C (C=L=T) (Ciclos de la luz)

Entonces podríamos separar las principales dimensiones físicas en tres grupos según que el exponente de C sea 1, 0 o -1:

Grupo A (C^1):

$C \equiv$ Longitud, tiempo

$MC \equiv$ Constante de Planck h

Grupo B (C^0):

($C^0 \equiv$ Velocidad)

$M \equiv$ Masa, energía, momento, trabajo

Grupo C (C^{-1}):

$C^{-1} \equiv$ Aceleración, frecuencia

$MC^{-1} \equiv$ Fuerza, potencia, $1/G$

Todas estas dimensiones se pueden dividir o multiplicar por la dimensión velocidad, en concreto la velocidad de la luz c , sin que su dimensión se vea alterada:

Como casos particulares:

$1/G, c/G, c^2/G, c^3/G, c^4/G, etc...$ tienen la misma dimensión (fuerza)

$m, mv, mc, mc^2, mc^3, etc...$ tienen la misma dimensión (energía)