

Massa: treball constant de l'espai-temps?

Llorenç Balsach

30 d'abril, 2005

A partir de les definicions de longitud i temps de Planck es dedueix una correspondència entre massa i temps igual a $m = @t$, on @ és una constant que té dimensions de força. La similitud d'aquesta equació amb l'equació $l = ct$ ens permet extrapolar un possible significat físic d'aquesta correspondència: l'energia de la llum és vibració d'espai-temps amb una força constant i màxima per a tots els observadors. Es proposa una possible equació de l'amplitud de curvatura de la vibració d'espai en funció de la freqüència i les constants G , h i c .

1 Sistema d'unitats SL

La velocitat de la llum, una velocitat constant universal, independent de qualsevol observador, determina que l'espai i el temps estiguin fortament imbricats ja que a qualsevol longitud o distància li podem fer correspondre un temps i viceversa. Únicament cal aplicar la velocitat constant c de la llum per trobar, per a qualsevol observador, una correspondència entre aquestes dues dimensions

$$l = ct \quad (1)$$

on l es la longitud que recorre un raig de llum en el buit en el temps t o, si es vol, t és el temps que tarda la llum en recorre una longitud l . Aquesta senzilla equació (1) ens diu, entre altres coses, que en un univers on hi ha llum –i definides com tenim les unitats d'espai i temps–, no pot existir un espai sense temps ni un temps sense espai ja que $c > 0$.¹

La velocitat de la llum c , en el nostre sistema internacional d'unitats (SI), sistema pensat amb unitats “humanes” (metre, segon, kilogram) té el valor de 299 792 458 m/s. Curiosament, aquestes unitats (longitud i temps), estan definides actualment respecte les característiques d'un determinat raig de llum (la radiació d'uns àtoms de cesi-133 en unes determinades condicions). La longitud i el temps son dimensions definides, doncs, per la mateixa llum.²

¹Com que $c > 0$, si $l = 0 \Rightarrow t = 0$, i si $t = 0 \Rightarrow l = 0$

²En 1967, es va definir el segon com el període de temps corresponent a 9 192 631 770 cicles d'una certa radiació emesa per àtoms de cesi-133. És a dir, si volem mesurar un segon hem de contar 9 192 631 770 cicles d'aquesta radiació.

Les distàncies o longituds són dimensions espacials però també les podem pensar i operar com temporals. Per exemple, si mirem per la finestra i veiem un objecte a $50/c$ segons-llum (50 metres) podem pensar que realment la imatge que veiem en la nostra retina és la imatge de l'objecte $50/c$ segons en direcció al passat.³

Són conceptes equivalents. Una dimensió longitud la podem pensar com dimensió temps i viceversa.

Això és conseqüència de que tant el temps com la longitud estan definides a partir de la llum: un temps està definit com un determinat nombre de cicles d'una radiació i la longitud també, la dimensió fonamental de temps i longitud és el cicle: un nombre de cicles dona un temps, (pensant-ho com a temps: període) i un nombre de cicles dona una longitud (pensant-ho com a longitud: longitud d'ona). Per exemple, agafem la radiació de l'àtom de cesi que s'usa per definir el segon: si agafem 9 192 631 770 cicles tindrem 1 segon, però pensant aquest número de cicles (9 192 631 770) com longitud ens dona 299 792 458 metres.⁴ És a dir 1 segon és equivalent a 299 792 458 metres (a les dues quantitats els hi corresponen 9 192 631 770 cicles)

Un cicle d'aquesta radiació li correspon $1.08782776 \times 10^{-10}$ segons o bé 0.0326129084 metres. La longitud i el temps es defineixen, doncs, com un determinat nombre de cicles d'aquesta o de qualsevol altre llum i d'alguna manera podem dir que tenen la mateixa dimensió física. En l'annex 1 desenvolupem una mica més aquest concepte dimensional.

Una realitat física de l'univers (la "velocitat" constant de la llum en el buit) ens permet definir un sistema d'unitats de longitud i temps –a la vegada aquestes unitats ens permeten definir el concepte velocitat–; definits l'espai i el temps d'aquesta manera és dedueix recíprocament –més per definició que per deducció– que la velocitat de la llum és constant (assumint que qualsevol radiació ens seria igual d'útil, com la del cesi, per definir unitats de longitud i temps).

Si mai tinguéssim algun contacte amb uns éssers d'un altre món i haguéssim de parlar de física amb ells, és evident que seria més senzilla la comunicació entre les dues intel·ligències si s'unifiqués el valor numèric de les dimensions longitud i temps i el valor de c es fes igual a 1. Això es pot fer fàcilment canviant el sistema d'unitats pròpies (qualsevol de les dues intel·ligències podria tornar a les seves pròpies unitats quan volgués).

Aquest canvi d'unitats per donar $l = t$ i el valor $c = 1$ es pot fer de moltes maneres, però començarem per la més senzilla per nosaltres: adoptant com a unitat de longitud el segon-llum (sl)

A aquest sistema d'unitats l'anomenarem sistema d'unitats SL. A nivell gràfic diferenciarem les dimensions i magnituds que canvien de valor en aquest sistema posant una prima (') al costat del símbol de la magnitud.

³No és que ho puguem pensar, és que realment veiem l'objecte tal com era feia $50/c$ segons, no compartim el "present absolut" amb cap objecte, ni tan sols amb el nostre cos.

⁴La Conferència General de Pesos i Mesures de l'any 1983 van definir el metre com la distància que recorre la llum en el buit en un segon. És a dir la "llargària" de 9 192 631 770 cicles de la radiació esmentada

Com que en un segon la llum recorre 299 792 458 metres, $1 \text{ sl} = 299792458 \text{ m}$.

Les unitats de temps i massa segueixen sent les mateixes ($1 \text{ s}' = 1 \text{ s}$, $1 \text{ Kg}' = 1 \text{ Kg}$).

La constant de gravitació G es converteix, per exemple, en $G' = 2.47661795 \times 10^{-36} \text{ s/Kg}$.⁵

La constant d'acció de Planck h es converteix en $h' = 7.37249493 \times 10^{-51} \text{ Kg-s}$.⁵

En el sistema SL la velocitat de la llum és $c' = 1 \text{ sl/s}$ (la llum recorre un segon-llum cada segon i en general t segons-llum cada t segons).⁶

L'equació (1) es converteix en

$$l' = t \quad (2)$$

i, per exemple, $E = mc^2$ es converteix en $E' = m$ (3)

Algunes de les relacions entre les dimensions i constants del sistema internacional d'unitats SI (sense prima) i del sistema SL (amb prima) son les següents: (4)

- $l' = l/c$ (longitud)
- $t' = t$ (temps) [$f' = f$ (freqüència)]
- $m' = m$ (massa)
- $v' = v/c$ (velocitat)
- $a' = a/c$ (acceleració)
- $F' = F/c$ (força)
- $E' = E/c^2$ (energia)
- $p' = p/c$ (moment)
- $E' = E/c^2$ (camp elèctric)
- $G' = G/c^3$ (constant universal de gravitació)⁷
- $h' = h/c^2$ (constant de Planck)⁷

⁵Veurem al llarg d'aquest article que a aquestes constants els hi podem aplicar aquestes dimensions de temps i massa

⁶Si definíssim la longitud i el temps com cicles d'ones sonores també podríem escollir un sistema d'unitats tal que el so recorregués t segons-so cada t segons; el problema seria que aquestes unitats variarien per a cada observador mòbil, cosa que no passa amb la llum.

⁷ G' es pot deduir de diverses maneres, per exemple substituint $r' = r/c$ en la fórmula del radi de Schwarzschild i h' es dedueix fàcilment de $E = h\nu$

2 L'espai-temps-massa-energia

Una vegada situats en el sistema SL veurem que arribem fàcilment a una curiosa correspondència entre espai, temps i massa:

En SL la longitud, temps i massa de Planck prenen els següents valors:

$$l'_p = t_p = \sqrt{\hbar' G'}$$

$$m_p = \sqrt{\hbar' / G'}$$

d'on es dedueix fàcilment que

$$t_p / m_p = G'$$

(la constant de Planck desapareix!)

és a dir,

$$l'_p = t_p = G' m_p$$

Aquesta igualtat defineix una relació entre les unitats de Planck; ara bé, com que estem parlant únicament d'una correspondència (amb un significat físic per determinar) i com que podem multiplicar cada cantó de l'equació per un mateix número qualsevol sense que es modifiqui la igualtat (qualsevol longitud i qualsevol temps el podem desglossar com $l' = x l'_p$ o $t = x t_p$) podem generalitzar aquesta correspondència com:

$$l' = t = G' m \quad (5)$$

i afegint (3)

$$l' = t = G' m = G' E' \quad (6)$$

Fins aquí tenim únicament una correspondència entre longitud, temps, massa i energia. Però, quin significat físic poden tenir aquestes igualtats?

Una altra relació entre espai i massa la trobem a la fórmula del radi de Schwarzschild, que en SL pren la forma, molt semblant a (5):

$$r' = 2G' m \quad (7)$$

i en relativitat general trobem la relació entre la curvatura de l'espai produïda per un sistema massa-energia, mitjançant el tensor mètric G i el tensor energia-moment T

$$G_{\alpha\beta} = 8\pi G T_{\alpha\beta} \quad (8)$$

El paral·lelisme de les equacions (5) i (6) amb les equacions (7) i (8) ens fan sospitar d'un possible significat físic de (5) i (6): l'afectació de l'espai degut a una massa m o una energia E .

Ara bé, l'equació (5) la podem veure també des d'un altre punt de vista:

si definim $@' = 1/G'$

obtenim

$$m = @' t \quad (9) \quad \text{o} \quad E' = @' t$$

que pren la forma de la coneguda equació (1) de la qual hem parlat al principi però amb m en comptes de l i amb una altra constant:

$$l = ct \quad (1)$$

$$m = @'t \quad (9)$$

Podríem especular extrapolant les propietats físiques de l'equació (1) a les noves dimensions de la (9):

Veiem que $@'$ té dimensions de força (MT^{-1}) (veure Annex 1). Podríem dir, extrapolant el significat de la constant c en l'equació (1), que hi ha una força constant $@'$ en l'univers que és la mateixa per a tots els observadors i és la màxima força possible que es pot produir a l'univers.

Passem $@'$ a unitats SI

$$F'_{max} = @' = 1/G'$$

substituint les relacions entre SL i SI apuntades a (4):

$$F_{max}/c = \frac{1}{G/c^3}$$

$$@ = F_{max} = c^4/G$$

És a dir, ens dona com a força màxima –igual per a tots els observadors– la força de Planck c^4/G .

$@'$ és la força de Planck en unitats SL ($@' = @/c$). La relació (9) entre m i t es converteix, en SI:

$$m = @'t = \frac{@}{c}t = \frac{c^3}{G}t \quad (9b)$$

La nostra proposta, com veurem en la següent secció, és que aquesta força màxima no només es manifestaria en els forats negres –com podria semblar per la semblança de (5) amb la fórmula del radi de Schwarzschild (7)– sinó que és la forma habitual en què la força produïda per l'energia original de qualsevol font lluminosa modifica l'espai-temps, fent-lo vibrar, produint ones d'“espai-temps” (semblants a ones gravitatòries) que transporten la informació de les ones electromagnètiques originals.

Les equacions (1), (6) i (9) ens venen a dir, a més, que la matèria-energia no està inserida independentment dins un espai-temps, sinó que l'espai-temps es manifesta (per a qualsevol observador) a través de la matèria-energia. És a dir, ampliant el que hem dit al principi de l'article respecte l'equació $l = ct$, no pot existir un espai-temps sense matèria-energia i viceversa.⁸ La matèria-energia és una manifestació de l'espai-temps a través de $@'$ ($E' = m = @'t = @'l'$)

⁸Segons això no té sentit preguntar-nos que hi havia abans del big-bang, perquè tampoc hi havia temps ni espai. O també Podríem dir que l'univers sempre ha existit perquè, aplicant (6), el temps que passa sense haver-hi matèria-energia és igual a zero.

3 Les ones electromagnètiques com a ones d'espai-temps

Considerem una ona electromagnètica plana monocromàtica (des del punt de vista d'una ona harmònica en un eix x):

$$y_E(x, t) = E_0 \text{sen}(kx - \omega t)$$

en SL es pot posar de la forma:

$$y'_E(x', t) = E'_0 \text{sen} 2\pi f(x' - t)$$

on f és la freqüència de l'ona i E'_0 l'amplitud (valor màxim del mòdul del camp elèctric quan es produeix l'ona).

L'energia E'_E associada al front d'aquesta ona E és:

$$E'_E = k_0 E_0'^2 \quad (10)$$

on k_0 és una constant que depèn de la permissivitat ϵ_0 del buit per unitat de volum.

L'amplitud E'_0 d'aquesta ona (camp elèctric⁹) va degenerant i minvant a mesura que es desplaça llargues distàncies i per tant, teòricament, també hauria de minvar la seva energia (fet que sabem que no es dona).

Una altra visió de l'energia de l'ona electromagnètica, ben diferent, és dependent de l'energia que tenen els fotons (hf). L'energia d'un front d'ona amb n fotons serà igual a:

$$E'_P = nh'f \quad (11)$$

Aquesta energia, com que només depèn de la freqüència, es manté constant fins que no interacciona amb un altre camp elèctric.

La nostra hipòtesi és que, amb l'emissió d'una ona electromagnètica E , es forma simultàniament una "altra" ona P , amb la mateixa freqüència, purament de vibració d'espai. L'amplitud d'aquesta ona és la contracció màxima de l'espai, que anomenem L'_0 . A mesura que es va desplaçant l'ona en l'espai-temps, E'_0 (el camp elèctric) va degenerant i minvant mentre que L'_0 es manté sempre constant a través dels anys-llum. Aquesta ona P no és pròpiament una ona de vibració del camp electromagnètic sinó una ona que porta la "informació" de l'ona electromagnètica. Quan aquesta ona "espaial" s'apropa a un altre camp electromagnètic l'"antiga ona electromagnètica reneix", i apareixen les vibracions de camp des de l'ona P , i actua com a tal.

L'energia expressada a (11) seria l'energia d'aquesta ona P .

Com hem dit, el nostre postulat és que l'energia vibratòria de l'ona electromagnètica produeix (a través de la força màxima constant \mathcal{Q} , igual per a tots els observadors) una vibració de l'espai, que es relacionen a través de l'equació (6):¹⁰

⁹I l'equivalent camp magnètic perpendicular

¹⁰De fet no és que l'energia produeixi una vibració d'espai, sinó que la mateixa vibració d'espai és l'energia

$$L'_0 = G' E'_P \quad (12)$$

i, per tant, amb (11):

$$L'_0 = G' n h' f \quad (13)$$

per a 1 fotó (n=1):

$$L'_{ph} = G' h' f \quad (14)$$

que passant-ho a unitats SI –substituint les relacions apuntades a (4)– pren la forma (per a 1 fotó):

$$L_{ph} = \frac{G h f}{c^4} \quad (15)$$

L_{ph} és, si les nostres suposicions són correctes, l'amplitud de curvatura de vibració o l'amplitud dels cicles de compressió-expansió espacial corresponent a un fotó de l'ona electromagnètica. La modificació de l'espai no pot ser contínua sinó que ha d'anar a intervals de L_{ph} metres. No és que un fotó produeixi la curvatura vibratòria de l'espai, és que la mateixa curvatura periòdica d'amplitud L_{ph} amb freqüència f és el fotó. Per a un front d'ona amb n fotons l'amplitud de curvatura (o suma de curvatures) és nL_{ph} metres.

Fixem-nos que l'equació (15) es pot posar de la forma:

$$W_{ph} = \frac{c^4}{G} L_{ph} = @L_{ph} = h f \quad (16)$$

És a dir, l'energia del fotó és igual al treball que realitza la força de Planck, força constant per a qualsevol observador i màxima de l'univers, en corbar o comprimir l'espai L_{ph} metres, f vegades per segon.

4 Annex1: Les dimensions longitud i temps com a cicles de la llum

Com hem dit al començament de l'article les dimensions longitud i temps les podem considerar com dimensions diferents o bé, si les pensem com a cicles de radiació, Podríem unificar la seva dimensió (el cicle). ¿Quines serien les conseqüències o interpretacions físiques de pensar les dimensions de longitud i temps únicament com cicles de la llum? En aquest cas dimensions del tipus LT^{-1} o TL^{-1} seran adimensionals i les expressarem amb el símbol %.

Aquest, de fet, no és l'objectiu d'aquest article, per això ho hem posat com un Annex, però si que serà interessant pensar com es traslladaria aquesta nova possibilitat dimensional a les diferents magnituds físiques, col·locats ja dins del sistema SL:

Velocitat (LT^{-1})(%) ($v' = v/c$): el mòdul de v' pren el valor de 0 a 1 per a qualsevol observador, és simplement un percentatge respecte la velocitat de la llum. Per exemple $v' = 0.012$ representa una velocitat 1.2% de la llum ($v = 0.012c$). Podem seguir pensant la velocitat com distancia per temps (LT^{-1}) o bé, segons l'equivalència longitud temps esmentada anteriorment, simplement com un coeficient o un percentatge d'una constant c ($LT^{-1} = TT^{-1} = \%$). El concepte velocitat té sentit en física respecte un observador o respecte un sistema de referència. Però en l'univers cada punt pot ser (a la vegada) un sistema de referència!, la velocitat és una magnitud física pròpia dels observadors individuals, i més concretament, dels éssers vius individuals del nostre planeta. Per exemple, imaginem-nos que aquella intel·ligència que hem esmentat a l'inici de l'article i amb qui hem de parlar de física, fos una enorme criatura amb milions d'antenes de milions de kilòmetres de longitud cada una, que es mouen aleatòriament (sense que la criatura ho pugui controlar) amb diferents "velocitats" entre 0 i 1 i que es comuniquen amb un tipus de fibra òptica al seu cervell; per aquesta criatura difícilment li Podríem fer entendre què significa el concepte velocitat d'un objecte ja que cada antena li donaria aleatòriament un valor diferent i estadísticament no hi hauria cap valor que predominés sobre els altres. Només coneix una "velocitat", la de la llum, igual a 1.

Acceleració (LT^{-2})(% T^{-1})($a' = a/c$): aquesta magnitud la podem pensar com variació de la velocitat en el temps, però també com variació de la velocitat en una longitud (de fet aquesta segona definició és fins i tot més intuïtiva si pensem en mòbils que acceleren) o com a variació d'un percentatge (respecte c) en un increment de temps o longitud. Podem considerar l'acceleració amb dimensions usuals LT^{-2} o, fent servir l'equivalència longitud temps, dimensions (% v) L^{-1} o (% v) T^{-1} (% $v = \Delta\%$). L'acceleració és invariant Galileo (la mesura de l'acceleració, sense contar efectes relativistes, és aproximadament la mateixa per a qualsevol observador en un sistema inercial a no ser que aquest es mogui a velocitats molt altes)¹¹, aquests observadors coincideixen en mesurar el temps

¹¹Només depèn del valor de $\gamma' = \frac{1}{\sqrt{1-v'^2}}$ (en SL) ($\gamma' = \gamma$), dins d'equacions segons la

que dura l'acceleració però no els valors absoluts de les velocitats –encara que sí el seu increment–. Per un mateix increment de velocitat el que defineix l'acceleració és el temps que dura o la longitud que recorre.

Tornant a l'exemple de la criatura amb antenes, sense considerar efectes relativistes, com que aquesta criatura pot contar els cicles de la llum sense problemes, cada antena estaria d'acord amb el temps que dura l'acceleració d'un objecte, encara que per ell seria absurd parlar dels valors inicials i finals de la “velocitat” de l'objecte. Però com que l'increment sí que seria el mateix per a totes les antenes la criatura sí que tindria el concepte d'una major o menor acceleració. Per un mateix increment de velocitat el que defineix l'acceleració és el temps que dura (o la longitud que recorre).

Força (MLT^{-2})($\%MT^{-1}$)($F' = F/c$): aquesta magnitud és la “força” que hem d'aplicar a una massa m perquè adquireixi una acceleració a . Té dimensions de $m*a$, és a dir MLT^{-2} , però repetint el dit en la magnitud acceleració, la força també la podem considerar amb dimensions $(\%v)ML^{-1}$ o $(\%v)MT^{-1}$. És a dir, donada una massa m , per un mateix increment de velocitat, el que defineix la força és el temps que dura l'acceleració o la distància que recorre. Per exemple, pensant en $(\%v)MT^{-1}$, sense tenir en compte efectes relativistes, si col·loquem adequadament l'observador o observadors en sistemes inercials de manera que entre dos punts a i b sempre es medeixin les mateixes velocitats $v(a)$ i $v(b)$; el que defineix la força aplicada (entre a i b), per aquests observadors, és el temps que tarda la massa en passar de a a b . Un temps petit indica una força gran i un temps gran indica una força petita. Si el temps tendeix a infinit, la força tendeix a zero (no hi ha força per arrossegar la massa). En SL Podríem escriure $F = \%v m/t$ (on $\%v$ és un número entre 0 i 1, diferència de velocitats ($\%$ respecte c) que aprecia cada observador). Es podria objectar que, si fos veritat que quan t tendeix a infinit F tendeix a zero, llavors no podria existir la força de la gravetat ja que aquesta actua indefinidament, és a dir t tendeix a infinit. Ara bé però, segons la interpretació covariant de la relativitat general, un objecte en un camp gravitatori segueix una línia recta en l'espai corbat (geodèsica) perquè cap força actua sobre ella.

Energia (ML^2T^{-2})($\%^2M$)($E' = E/c^2$)

Moment (MLT^{-1})($\%M$)($p' = p/c$) Amb aquesta nova visió dimensional, tant l'energia com el moment tenen dimensió de massa, totes tres magnituds (massa, moment, energia) compleixen el principi de conservació, no es creen ni es destrueixen, es transformen.

Constants:

Sense entrar-hi a fons, un primer cop d'ull ens donaria els següents resultats:

Constant de gravitació G ($M^{-1}L^3T^{-2}$)($\%^3M^{-1}T$)($G' = G/c^3$): Amb aquesta nova visió $1/G'$ té dimensions de força ($\%MT^{-1}$).

Constant de Planck h (ML^2T^{-1})($\%^2MT$)($h' = h/c^2$): és a dir h' té dimensions de massa per temps o massa per longitud.

relativitat especial dependent de la direcció relativa de moviment.

El producte $h' * G'$ tindria dimensions de longitud per temps ($\%^5 T^2 = \%^5 L^2 = \%^5 TL$) i el quocient h'/G' dimensions de massa al quadrat ($\%^{-1} M^2$)

Constant de Boltzmann k (ML^3T^{-2})($\%^2 MTQ$)($k' = k/c^3$): k' té dimensió de h' per carga elèctrica.

(ADDENDUM 16 MAIG, 2005):

Si considerem com a dimensió de longitud i temps els cicles de la llum, podríem agrupar aquestes dimensions amb el símbol C ($C=L=T$) (Cicles de la llum)

Llavors podríem separar les principals dimensions físiques en tres grups segons que l'exponent de C sigui 1, 0 o -1:

Grup A (C^1):

$C \equiv$ Longitud, temps

$MC \equiv$ Constant de Planck h

Grup B (C^0):

($C^0 \equiv$ Velocitat)

$M \equiv$ Massa, energia, moment, treball

Grup C (C^{-1}):

$C^{-1} \equiv$ Acceleració, freqüència

$MC^{-1} \equiv$ Força, potència, $1/G$

Totes aquestes dimensions es poden dividir o multiplicar per la dimensió velocitat, en concret la velocitat de la llum c , sense que la seva dimensió es vegi alterada:

Com a casos particulars:

$1/G, c/G, c^2/G, c^3/G, c^4/G, etc...$ tenen la mateixa dimensió (força)

$m, mv, mc, mc^2, mc^3, etc...$ tenen la mateixa dimensió (energia)